



Получено: 2.10.2023 г. | Принято: 5.10.2023 г. | DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2023.16.6.384.392>

Научная статья

ФОРМИРОВАНИЕ КВАНТОВЫХ ВИХРЕЙ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ

В.Б.Ефимов¹, д.ф.-м.н., вед. науч. сотр., ORCID: 0000-0002-9195-2458 / victor_efimov@yahoo.co.uk
А.А.Есина¹, мл. науч. сотр., ORCID: 0000-0001-5700-3729

Аннотация. Для формирования квантовых вихрей в сверхтекучем гелии используется несколько методов. В частности, такие вихри можно генерировать при помощи различных колеблющихся тел, погруженных в жидкость. В статье разбираются особенности этих методов, приводятся возможности их применения при исследовании жидкостей, перехода течений в турбулентное состояние и применение таких осцилляторов в технике.

Ключевые слова: сверхтекучий гелий, второй звук, квантованные вихри, кварцевый камертон

Для цитирования: В.Б. Ефимов, А.А. Есина. Формирование квантовых вихрей в сверхтекучем гелии. НАНОИНДУСТРИЯ. 2023. Т. 16, № 6. С. 384–392. <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2023.16.6.384.392>

Received: 2.10.2023 | Accepted: 5.10.2023 | DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2023.16.6.384.392>

Original paper

FORMATION OF QUANTUM VORTICES IN SUPERFLUID HELIUM

V.B.Efimov¹, Doct. of Sci. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, ORCID: 0000-0002-9195-2458 / victor_efimov@yahoo.co.uk
A.A.Esina¹, Junior Researcher, ORCID: 0000-0001-5700-3729

Abstract. A several methods are used for formation of quantum vortices in superfluid helium, including oscillation bodies placed in a liquid helium. In the article we analyze the features of these methods, presents the possibilities of their application for the study of liquids, the transition of the flows into a turbulent state, and the use of such oscillators in technology.

Keywords: superfluid helium, second sound, quantized vortices, quartz tuning fork

For citation: V.B. Efimov, A.A. Esina. Formation of quantum vortices in superfluid helium. NANOINDUSTRY. 2023. V. 16, no. 6. PP. 384–392. <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2023.16.6.384.392>.

¹ Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, Московская область, Россия / Institute of Solid State Physics RAS, Chernogolovka, Moscow district, Russia



ВВЕДЕНИЕ

Изучение турбулентных явлений, особенности распространения нелинейных волн, образование вихревых течений при их взаимодействии, особенно применительно к прикладным задачам, является одной из наиболее исследуемых проблем современной физики. Турбулентные явления могут быть как вихревого характера, так и безвихревого. Вихревые явления приводят к образованию таких структур, как циклоны и антициклоны в атмосфере Земли и других планет, торнадо и смерчи, водовороты. Безвихревое проявление турбулентных явлений обычно определяется взаимодействием нелинейных волн, из-за чего, в частности, на водной поверхности могут образовываться волны аномально большой высоты, называемые "волнами-убийцами" (freak waves).

Одними из вопросов, возникающих при изучении турбулентных явлений, являются вопрос о переносе энергии по энергетическому спектру из области накачки в диссипативную область, а также о возможностях и способах воздействия на такие потоки энергии для различных видов турбулентности. Однако, турбулентные явления, в отличие от ламинарных течений, очень трудно поддаются теоретическому описанию. Реальные турбулентные течения подвержены большому количеству случайных воздействий, хотя для экспериментальной проверки теоретических выводов или для феноменологических заключений стараются проводить измерения в контролируемых и воспроизводимых условиях. Сверхтекучий гелий является одной из сред, позволяющей достаточно просто проводить эксперименты в одинаковых условиях. ^4He можно очищать до невероятно низкой концентрации примесей, в том числе от изотопа ^3He . Все остальные примеси не растворяются в жидком гелии и вымерзают при более высоких температурах. Кроме того, сверхтекучий гелий обладает рядом уникальных свойств. Вязкость жидкого и сверхтекучего гелия на два порядка ниже вязкости воды, что уменьшает параметр экспериментальной системы Lv , где L - характерный размер системы, v - скорость течения жидкости. Вращательное движение потока жидкости формирует вихри, для которых в гелии при температурах ниже T_λ течение сверхтекучей компоненты жидкости по любой траектории вокруг координат вихря подчиняется законам квантования, что существенно упрощает описание ансамбля квантовых вихрей:

$$\int_L v_s dl = n \frac{h}{m}, \quad (1)$$

где h - постоянная Планка, m - масса атома гелия и n - целое число.

INTRODUCTION

The study of turbulent phenomena, peculiarities of propagation of nonlinear waves, formation of vortex currents at their interaction, especially in relation to applied problems, is one of the most investigated problems of modern physics. Turbulent phenomena can be of both vortex character and vortex-free. Vortex phenomena lead to formation of such structures as cyclones and anticyclones in the atmosphere of the Earth and other planets, tornadoes and vortexes, and whirlpools. The vortex-free manifestation of turbulent phenomena is usually determined by interaction of nonlinear waves, due to which, in particular, waves of abnormally high height, called "freak waves", can be formed on the water surface.

One of the questions arising in the study of turbulent phenomena is the question of energy transfer along the energy spectrum from the pumping region to the dissipative region, as well as the possibilities and ways of influencing such energy flows for different types of turbulence. However, turbulent phenomena, unlike laminar flows, are very difficult to describe theoretically. Real turbulent flows are subject to a large number of random influences, although for experimental verification of theoretical conclusions or for phenomenological conclusions one tries to make measurements under controlled and reproducible conditions. Superfluid helium is one of the media that allows experiments to be performed quite easily under the same conditions. ^4He can be purified to incredibly low concentrations of impurities, including the ^3He isotope. All other impurities are insoluble in liquid helium and freeze out at higher temperatures. In addition, superfluid helium has a number of unique properties. The viscosity of liquid and superfluid helium is two orders of magnitude lower than water viscosity, which reduces the experimental system parameter Lv , where L is the characteristic size of the system, v is the liquid flow rate. Rotational motion of the fluid flow forms vortices, for which in helium at temperatures below T_λ the flow of the superfluid component of fluid along any trajectory around the vortex core obeys the laws of quantization, which significantly simplifies description of the ensemble of quantum vortices:

$$\int_L v_s dl = n \frac{h}{m}, \quad (1)$$

where h - Planck's constant, m is mass of the helium atom, and n is an integer.

Another unique property of superfluid helium is the possibility of propagation of strongly nonlinear weakly damped thermal waves - second sound waves. The nonlinearity coefficient of these waves α_2 varies from $-\infty$ at T_λ to a large positive value at lower temperatures, passing through 0 at $T=1.88$ K. Thus, any harmonic wave of the second sound propagating in superfluid helium is distorted according to the relation:

Еще одним уникальным свойством сверхтекучего гелия является возможность распространения в нем сильно нелинейных слабозатухающих тепловых волн – волн второго звука. Коэффициент нелинейности этих волн α_2 меняется от $-\infty$ при T_λ до большой положительной величины при более низких температурах, проходя через 0 при $T=1,88$ К. Таким образом, любая гармоническая волна второго звука, распространяющаяся в сверхтекучем гелии, искажается согласно соотношению:

$$v = v_0 + \alpha_2 \delta T, \quad (2)$$

где δT – амплитуда волны, и формирует целый каскад кратных гармоник, что отвечает передаче энергии в более высокий частотный диапазон – передача энергии, соответствующая колмогоровскому инерционному механизму. Такую передачу энергии (называемой акустической турбулентностью) в резонаторе волн второго звука, а также процессы формирования, существования и распада таких каскадов, уже наблюдали ранее [1].

Так как поток сверхтекучей компоненты вихрей достаточно эффективно рассеивает волны второго звука, то затухание этих волн может быть использовано как средство для регистрации перехода системы в турбулентное состояние. С другой стороны, введение вихрей в распространяющиеся нелинейные волны второго звука можно использовать как диссипативный элемент, влияющий на процесс акустической турбулентности.

Целью данной работы было найти способ влияния на процессы передачи энергии при акустической турбулентности через контролируемое введение в объем резонатора квантовых вихрей осцилляторами, а также оценка количества вихрей, генерируемых вокруг колеблющихся осцилляторов.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве генератора вихрей мы использовали кварцевые камертоны. Такие или подобные осцилляторы используются как стандарты частоты для ручных электронных часов. Калибровка кварцевых камертонов производится по электрическому отклику, соответствующему их механическим колебаниям (ток через осциллятор при приложении переменного напряжения в резонансе). Электромеханический коэффициент a определяется из измеренной полуширины резонанса осциллятора $\Delta\omega$ в идеальных условиях (в вакууме):

$$a = \sqrt{\frac{2M\Delta\omega}{R}}, \quad (3)$$

где M – масса ножек камертона и R – электрическое сопротивление системы в резонансе. Зная a ,

$$v = v_0 + \alpha_2 \delta T, \quad (2)$$

where δT is wave amplitude, and forms a whole cascade of multiple harmonics, which corresponds to energy transfer to a higher frequency range – energy transfer corresponding to the Kolmogorov inertial mechanism. Such energy transfer (called acoustic turbulence) in the resonator of second sound waves, as well as the processes of formation, existence, and decay of such cascades, have been observed earlier [1].

Since the flow of the superfluid component of vortices dissipates the second sound waves quite effectively, attenuation of these waves can be used as a means to register system transition into a turbulent state. On the other hand, introduction of vortices into propagating nonlinear waves of the second sound can be used as a dissipative element affecting the acoustic turbulence process.

The aim of this work was to find a way to influence the energy transfer processes in acoustic turbulence through controlled introduction of quantum vortices into the resonator volume by oscillators, and to estimate the number of vortices generated around oscillators.

RESEARCH METHODS

As an oscillator of vortices, we used quartz tuners. Such or similar oscillators are used as frequency standards for handheld electronic clocks. The calibration of quartz chamberpieces is performed by electrical response corresponding to their mechanical oscillations (current through the oscillator when an alternating voltage is applied in resonance). The electromechanical coefficient a is determined from measured half-width of the oscillator resonance $\Delta\omega$ under ideal conditions (in vacuum):

$$a = \sqrt{\frac{2M\Delta\omega}{R}}, \quad (3)$$

where M is mass of the tuning fork support and R is electrical resistance of the system in resonance. Knowing a , it is possible to determine the movement rate of the supports of the quartz tuning fork from charging current I of the electrodes of the tuning fork, and from the alternating current voltage on the oscillator U_0 – bending force of the tuning fork supports, corresponding to resistance force of the medium [2]:

$$I(t) = a \frac{dx(t)}{dt} = av, \quad (4)$$

$$F_0 = (a/2) U_0. \quad (5)$$

We have previously verified correspondence of the calculated rate value of the tuning fork supports to their real value using a Michelson interferometer. The results of this measurement showed a good agreement between the calculated and measured values of the maximum rate of the tuning fork support [3].

можно определить скорость движения ножек кварцевого камертона из тока зарядки I электродов камертона, а из напряжения переменного тока на осцилляторе U_0 – силу изгиба ножек камертона, соответствующую силе сопротивления среды [2]:

$$I(t) = a \frac{dx(t)}{dt} = av, \quad (4)$$

$$F_0 = (a/2) U_0. \quad (5)$$

Проверку соответствия расчетной величины скорости движения ножек камертона их реальной величине мы провели ранее с помощью интерферометра Майкельсона. Результаты такого измерения показали хорошее соответствие расчетных и измеренных величин максимальной скорости движения ножек камертона [3].

В процессе увеличения амплитуды колебаний передача возбуждений в окружающую среду имеет два резко различных режима. При малых амплитудах колебаний обтекание жидкостью или газом колеблющихся ножек камертона ламинарное, сила сопротивления которого пропорциональна скорости движения и плотности увлекаемой осциллятором среды. Электромеханическое соотношение для движения такого камертона приведены на рис.1а. Резонансная частота при этом определится как:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_L) * C_1}}, \quad (6)$$

или для небольших добавок массы по сравнению с массой колеблющегося тела [4]:

$$\Delta f \approx -\frac{1}{2} f_1 \frac{L_L}{L_1}. \quad (7)$$

Результаты проведенных в разных средах измерений на одном из кварцевых камертонов приведены на рис.1б. Особенностью данного камертона было то, что при его изготовлении было выбрано направление кристаллических осей, позволяющее ножкам совершать колебания наряду с изгибными модами ($f_B \approx 76$ кГц) также и торсионные колебания ($f_T \approx 363$ кГц). Из графика видна хорошая корреляция между плотностью среды и уменьшением резонансной частоты камертона при ламинарном обтекании. Двухмодовые камертоны позволяют одной модой возмущать окружающую среду и регистрировать отклик (в том числе фиксировать формирование турбулентного состояния) другой модой.

Увеличение амплитуды колебаний выше критического значения приводит к рождению квантованных вихрей. При этом, как и для любого турбулентного

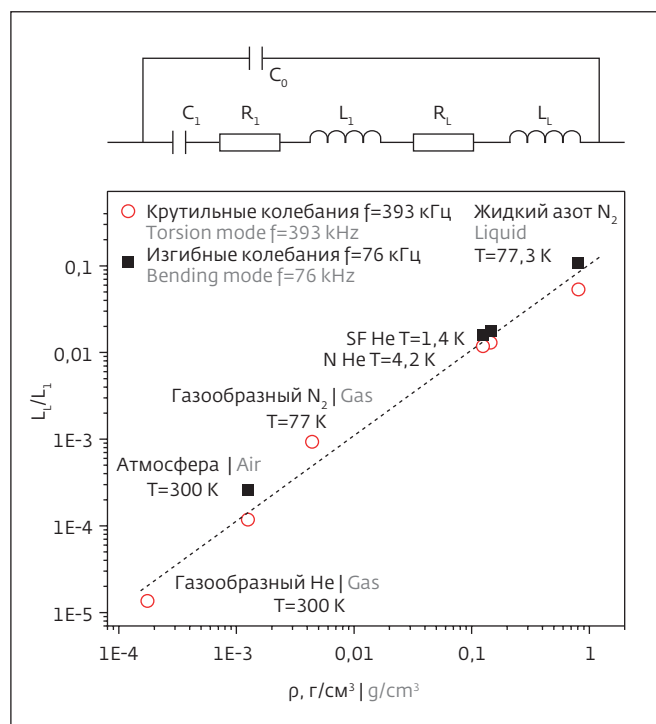


Рис.1. а) Эквивалентная схема ламинарного колебания осциллятора при наличии окружающей среды, C_0 – емкость соединяющих проводов, C_1 , R_1 и L_1 – электромеханические параметры механического осциллятора, R_L и L_L – диссипативное и инерционное влияние среды; б) результаты измерений сдвига частоты колебаний в гелии и воздухе (при $T = 300$ К, нормальном давлении), в жидком сверхтекучем (SF) и нормальном (N) гелии ($T = 1,4$ К и $4,2$ К) и жидком азоте по сравнению с частотой в вакууме

Fig.1. a) Equivalent scheme of laminar oscillator in the environment, C_0 – capacitance of connecting wires, C_1 , R_1 and L_1 – electromechanical parameters of the mechanical oscillator, R_L and L_L – dissipative and inertial influence of the environment; b) measurement results of oscillation frequency shift in helium and air (at $T = 300$ K, normal pressure), in liquid superfluid (SF) and normal (N) helium ($T = 1.4$ K and 4.2 K) and liquid nitrogen compared to frequency in vacuum

At increasing the oscillations amplitude the excitations transfer to environment has two sharply different modes. At small amplitudes of oscillations, the flow of liquid or gas around the oscillating supports of the tuning box is laminar, and resistance force is proportional to the motion speed and density of the medium entrained by the oscillator. The electromechanical relations for the motion of such a tuning fork are given in Fig.1a. The resonant frequency in this case is defined as:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_L) * C_1}}, \quad (6)$$

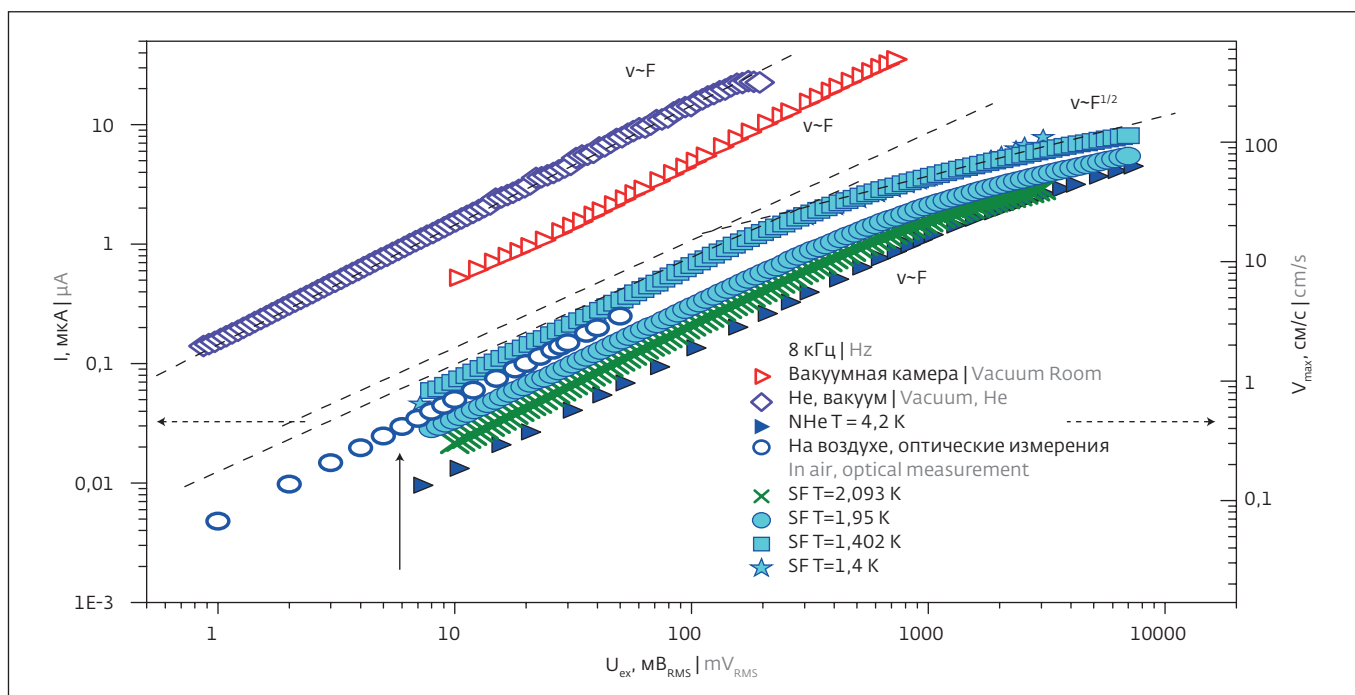


Рис.2. Влияние сопротивления среды в ламинарном и турбулентном режимах для кварцевого камертона с резонансной частотой $f \sim 8$ кГц. Измерения проводились в вакууме при комнатной температуре, и в гелии при разных температурах. Открытыми кружками на графике обозначены зависимости отклика в воздухе $T = 300$ К при измерении соответствия расчетной величины скорости ножек камертона (стрелочка влево) и измеренная в интерферометре Майкельсона (правая стрелочка)

Fig.2. Influence of medium resistance in laminar and turbulent regimes for a quartz tuning fork with resonant frequency $f \sim 8$ kHz. Measurements were performed in vacuum at room temperature, and in helium at different temperatures. The open circles on the graph indicate the dependences of the response in air $T = 300$ K when measuring the correspondence between the calculated value of the velocity of the cameron legs (left arrow) and the one measured in the Michelson interferometer (right arrow).

движения, сила сопротивления среды пропорциональна скорости движения в квадрате:

$$F = 1/2 C_D \rho A_S v^2, \quad (8)$$

где C_D – коэффициент сопротивления, A_S – поперечное сечение движущегося тела. Результаты измерений показали, что переход к турбулентному рождению вихрей происходит для кварцевых камертонов при скоростях движения в несколько десятков см/с, в зависимости от размеров камертонов и их резонансных частот. На рис.2 приведены результаты измерений для камертона с резонансной частотой $f = 8$ кГц в вакууме при комнатной температуре и температуре жидкого гелия, а также в жидком гелии при разных температурах.

Из графиков хорошо видно, что уменьшение температуры гелия и последующий переход гелия в сверхтекучее состояние приводит к уменьшению силы сопротивления в ламинарном течении

or for small additions of mass compared to the oscillating body mass [4]:

$$\Delta f \approx -\frac{1}{2} f_1 \frac{L_L}{L_1}. \quad (7)$$

The measurements results performed in different environments on one of the quartz tunings are shown in Fig.1b. The peculiarity of this tuning box was that the direction of the crystal axes was chosen during its fabrication, allowing the supports to oscillate along with bending modes ($f_B \approx 76$ kHz) and torsional oscillations ($f_T \approx 363$ kHz). The graph shows a good correlation between medium density and the decrease in the resonance frequency of the tuning box in laminar flow. Two-mode tuning devices allow one mode to perturb the environment and register the response (including formation of a turbulent state) by the other mode.

The increase of the oscillation amplitude above the critical value leads to the birth of quantized vortices. At that, as well as for any turbulent motion, resisting force of the medium is proportional to the motion rate squared:



(сплошная красная линия на графике), что коррелирует с уменьшением концентрации возбуждений в гелии (экспоненциальное вымерзание ротонов) и, соответственно, динамической вязкости. Таким образом, в этих экспериментах мы определили характерные скорости перехода движения кварцевых камертонов в турбулентный режим, что позволяет задавать режимы введения диссипативной компоненты в объем сверхтекучего гелия.

ОБСУЖДЕНИЕ

В экспериментах была определена принципиальная возможность для введения вихрей осциллирующими кварцевыми камертонами в пространство частотной передачи энергии при акустической турбулентности волн второго звука. Попробуем определить темп роста числа вихрей, генерируемых в объеме гелия при колебании таких осцилляторов. Суммарная энергия, передаваемая в вихревую систему колеблющимся телом, будет определяться механической или электрической мощностью потерь сил, вызывающих колебания осциллятора. Не трудно видеть, что произведение тока зарядки пластин камертона на напряжение переменного сигнала, возбуждающее эти колебания, равно произведению рассчитанной силы на рассчитанную скорость движения ножек камертона. Далее можно определить максимальную амплитуду колебания камертона и определить суммарную энергию, передаваемую в среду при одном периоде колебаний:

$$A \approx 2 \cdot F \cdot \frac{1}{2} \approx F \cdot v \cdot t \approx F \cdot v \cdot \frac{1}{f}. \quad (9)$$

При этом нужно учитывать то, что при малых амплитудах колебаний (и малых скоростях движения) обтекание ламинарное и лишь превышение предельных величин скорости v_{cr} приводит к рождению вихрей. Вычитание ламинарного движения из общей зависимости $F(v)$ приведено на рис.3. Возрастание силы сопротивления движению осциллятора при переходе к турбулентному вихреобразованию близко к квадратичной зависимости, при этом v_{cr} составляет величину порядка 10–15 см/с. Для результатов, представленных на рис.3, при скорости движения ножек камертона в 30 см/с амплитуда колебаний камертона 4 кГц составляет 12 мкм, максимальная сила – $4,2 \cdot 10^{-6}$ Н; для камертона в 32 кГц – 1,5 мкм и $3 \cdot 10^{-7}$ Н соответственно. Энергия, передаваемая в вихревую систему камертоном 4 кГц за один период колебаний, будет определяться интегралом под кривой, обозначенной на графике в виде пунктирной линии, и он будет $\sim 10^{-10}$ Дж. Для 32 кГц энергия будет $\sim 10^{-12}$ Дж.

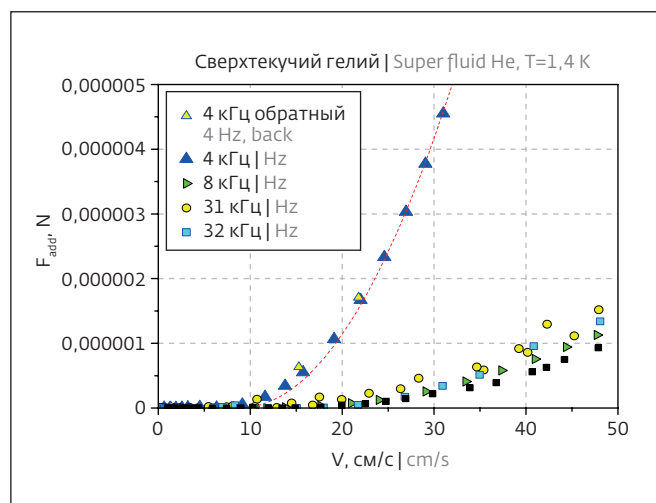


Рис.3. Часть энергии, передаваемой от внешних источников в вихревую систему при турбулентности

Fig.3. Part of energy transferred from external sources to the vortex system under turbulence

$$F = 1 / 2 C_D \rho A_S v^2, \quad (8)$$

where C_D is the resisting coefficient, A_S is the cross section of the moving body. The measurements results have shown that transition to turbulent vortex generation occurs for quartz chamberpieces at rates of several tens of cm/s, depending on the size of the chamberpieces and their resonance frequencies. Fig. 2 shows measured results for a tuning element with resonance frequency of $f = 8$ kHz in vacuum at room temperature and liquid helium temperature, as well as in liquid helium at different temperatures.

The graphs clearly show that a decrease in the helium temperature and the subsequent transition of helium to superfluid state leads to decreasing in the resisting force in the laminar flow (solid red line on the graph), which correlates with a decrease in excitations concentration in helium (exponential freezing of rotons) and, consequently, in dynamic rate. Thus, in these experiments we have determined the characteristic rates of motion transition of quartz chambers into the turbulent mode, which allows us to set the modes of introduction of the dissipative component into the superfluid helium volume.

DISCUSSION

In the experiments, a principal possibility for introducing vortices by oscillating quartz oscillators into the space of frequency energy transfer at acoustic turbulence of second sound waves was determined. Let us try to determine the growth rate of the number of vortices generated in the helium volume at oscillation of such oscillators. The total energy transferred to the vortex system by an oscillating body will be determined by the

Для оценки плотности создаваемых вихрей нужно учесть энергию рождения единицы длины вихря. Основная энергия квантового вихря определяется из кинетической энергии движущейся сверхтекучей жидкости, обусловленной законами квантования:

$$E_v = \int_{r_0}^r \pi \rho_s V_s^2 r dr = \frac{n^2 \rho_s \kappa^2}{4\pi} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right), \quad (10)$$

где интегрирование ограничивается либо размерами сосуда для единичного вихря, либо расстоянием до ближайших соседних вихрей. Оценивая $n = 1$ (вихрям энергетически выгодно принимать минимально возможное n , в ^4He устойчивым является вихрь с одним квантом циркуляции $n = \pm 1$), $\ln(1/r_c) \sim 10$ (что вполне разумно при достаточно плотной упаковке вихрей), $\rho_s = 0,147 \text{ г/см}^3$, получаем энергию на единицу длины вихревой нити

$$E/L = (\rho \kappa^2 / 4\pi) \ln(1/r_0) \approx 1.2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Дж}}{\text{м}}.$$

Для означенных выше энергий получается, что за одно колебание в вихревая система увеличивается на 10^8 мкм при амплитуде колебаний в 12 мкм для 4 кГц камертона и 10^6 мкм при амплитуде колебаний в 1,5 мкм для 32 кГц. Таким образом мы видим, что длина вихревой системы при единичном колебании осциллятора увеличивается на много порядков больше, чем простое удлинение единичного вихря – то есть процесс рождения турбулентного потока вихрей является коллективным, в котором участвует много запиннигованных вихрей одновременно. Попробуем оценить плотность формируемого вихревого пространства вокруг осциллятора.

Скорость движения вихревого кольца радиуса R_0 при нулевой температуре дается выражением [5]:

$$v_0 = \frac{\kappa}{4\pi R_0} \left(\ln \frac{8R_0}{a_0} - 1/2 \right), \quad (11)$$

где $\kappa = h/m_{^4\text{He}} = 9,998 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ – квант циркуляции. Не трудно видеть, что скорость движения кольца тем меньше, чем больше его радиус. Для вихревого кольца радиуса 1 мкм скорость вихря имеет порядок $v_0 = 8 \text{ см/с}$, для 10 мкм – $v_0 = 1 \text{ см/с}$, для вихря с радиусом в 100 мкм – $v_0 = 1,2 \text{ мм/с}$.

При не нулевой температуре сверхтекучего гелия движущееся вихревое кольцо уменьшает свой размер из-за взаимного трения нормальной и сверхтекучей компонент. Скорость изменения радиуса вихревого кольца определится как [5]:

$$\dot{R} = -\alpha v(R). \quad (12)$$

Время существования вихря можно оценить, как:

mechanical or electrical power of the loss of forces causing oscillations. It is not difficult to see that multiplication of charging current of the plates on tuning box by the voltage of the alternating signal that excites these oscillations is equal to multiplication of the calculated force by the calculated rate of the tuning box supports. Then it is possible to determine the maximum amplitude of oscillation of the tuning fork and to determine the total energy transferred to the medium at one period of oscillation:

$$A \approx 2 \cdot F \cdot \frac{1}{2} \approx F \cdot v \cdot t \approx F \cdot v \cdot \frac{1}{f}. \quad (9)$$

It should be taken into account that at small vibration amplitudes (and small velocities) the flow is laminar and only exceeding the rate limit values v_{cr} leads to vortices. Subtraction of laminar motion from the general dependence $F(v)$ is shown in Fig.3. The resistance force increase to the oscillator motion at the transition to turbulent vortex formation is close to the quadratic dependence, with v_{cr} being a value of about 10–15 cm/s. For the results shown in Fig.3 at a 30 cm/s rate of 30 cm/s, the oscillation amplitude of 4 kHz tuning fork is 12 μm and the maximum force is $4.2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$; for a 32 kHz tuning fork it is 1.5 μm and $3 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, respectively. The energy transferred to the vortex system by a 4 kHz chamberpot during one period of oscillation will be determined by the integral under the curve labeled as a dashed line on the graph, and it will be $\sim 10^{-10} \text{ J}$. For 32 kHz energy will be $\sim 10^{-12} \text{ J}$.

To estimate density of the created vortices, it is necessary to take into account the birth energy of the unit length of the vortex. The basic energy of a quantum vortex is determined from the kinetic energy of a moving superfluid, determined by the quantization laws:

$$E_v = \int_{r_0}^r \pi \rho_s V_s^2 r dr = \frac{n^2 \rho_s \kappa^2}{4\pi} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right), \quad (10)$$

where integration is limited either by the working size for a single vortex or by the distance to the nearest neighboring vortices. Estimating $n = 1$ (it is energetically favorable for vortices to take the minimum possible n , in ^4He a vortex with one circulation quantum $n = \pm 1$, $\ln(1/r_c) \sim 10$ (which is quite reasonable at sufficiently dense packing of vortices), $\rho_s = 0.147 \text{ г/см}^3$, we obtain energy per unit length of the vortex filament

$$E/L = (\rho \kappa^2 / 4\pi) \ln(1/r_0) \approx 1.2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Дж}}{\text{м}}.$$

For the above energies it turns out that for one oscillation in the vortex system increases by $\sim 10^8 \mu\text{m}$ at oscillation amplitude of 12 μm for 4 kHz of the tuning fork and $\sim 10^6 \mu\text{m}$ at oscillation amplitude of 1.5 μm for 32 kHz. Thus, we see that the vortex system length at a single oscillation of the oscillator increases by many



$$\tau = R_0 / 2\alpha v_0, \quad (13)$$

где α – коэффициент взаимного трения между нормальной и сверхтекучей компонентами сверхтекучего гелия. Дальность полета кольца до его исчезновения определится как [6]:

$$l_B = \int_0^\tau v(R(t)) dt = \int_{R_0}^\xi v(R) \frac{dt}{dR} dR = \frac{1}{\alpha} (R_0 - \xi).$$

С учетом малости радиуса кора вихря по сравнению с радиусом вихря получим окончательно. Поэтому при достаточно сильных диссипативных процессах в сверхтекучем гелии детектирование вихрей на расстоянии D возможно только для вихрей с размерами больше R_0 , определяемыми соотношением $2R_0 > 2\alpha D$. Можно предположить, что радиус вихревого кольца порядка амплитуды колебания камертона или ≈ 10 – 20 мкм для камертона с $f = 4$ кГц камертона и порядка нескольких мкм для $f = 32$ кГц. Из оценок работы [7] при $T = 1,2$ К вихри с диаметром в 18 мкм перемещаются на расстоянии в $0,5$ мм за время порядка $\tau \approx 40$ мс. При $T = 1,6$ К такой же вихрь пройдет расстояние $\approx 0,3$ мм за такое же время. С учетом темпа наполнения объема вблизи осциллятора за $\tau/2 \approx 20$ мс общая длина вихрей составит 10^6 см. Это позволяет

orders of magnitude more than the simple elongation of a single vortex, i.e., the process of the turbulent vortex flow generation is a collective one involving many spinning vortices simultaneously. Let us try to estimate density of the formed vortex space around the oscillator.

The motion speed of a vortex ring of radius R_0 at zero temperature is given by the expression [5]:

$$v_0 = \frac{\kappa}{4\pi R_0} \left(\ln \frac{8R_0}{a_0} - 1/2 \right), \quad (11)$$

where $\kappa = h/m_{4\text{He}} = 9.998 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ – circulation quant. It is not difficult to see that ring rate is smaller the its larger radius. For a vortex ring of radius $1 \mu\text{m}$, the vortex velocity is of the order $v_0 = 8 \text{ cm/s}$, for $10 \mu\text{m}$ – $v_0 = 1 \text{ cm/s}$, for a vortex with a radius of $100 \mu\text{m}$ – $v_0 = 1.2 \text{ mm/s}$.

At non-zero temperature of superfluid helium, the moving vortex ring decreases its size due to mutual friction of the normal and superfluid components. The rate of change of the vortex ring radius is defined as [5]:

$$\dot{R} = -\alpha v(R). \quad (12)$$

The existence time of the vortex can be estimated as:

$$\tau = R_0 / 2\alpha v_0, \quad (13)$$



ТЕЛЕГРАММ КАНАЛ
НАУЧНОГО ИЗДАТЕЛЬСТВА
ТЕХНОСФЕРА:



- Онлайн репортажи с крупнейших выставок отрасли
- Анонсы мероприятий с участием технических экспертов отрасли
- Скидки на журналы издательства до 25%
- Конкурсы и розыгрыши от ведущих компаний
- Книжные новинки и презентации новых выпусков журналов

Подписывайтесь и оставайтесь в курсе главных событий научно-технической сферы





оценить среднее количество вихрей в пространстве вблизи такого осциллятора с площадью колеблющихся плоскостей $\sim 1 \text{ см}^2$ в $n \sim 10^7 \text{ см}^{-2}$, на расстоянии $\approx 1 \text{ мм}$ от осциллятора, что должно создавать достаточный диссипативный вклад в акустическую турбулентность. Для маленького кварцевого камертона $f = 32 \text{ кГц}$ с площадью $\sim 1 \text{ мм}^2$ для амплитуды колебаний в несколько мкм скорость движения вихревого кольца будет на порядок больше и время его жизни порядка 1 мс. Суммарная длина вихрей при таком времени составит $3 \cdot 10^3 \text{ см}$ и средняя плотность вихрей вблизи осциллятора на глубину в 0.1 мм (расстояние, на котором вихревые кольца с радиусом в 1 мкм исчезают) составит те же $n \sim 10^7 \text{ см}^{-2}$.

ВЫВОДЫ

В работе мы экспериментально определили скорость перекачки энергии от кварцевых камертонов разных размеров и разных резонансных частот в вихревую систему, оценили возможную плотность вихрей для таких процессов и показали применимость таких осцилляторов для создания достаточных диссипативных процессов для дальнейшего изучения процессов передачи энергии при акустической турбулентности. Работа была поддержана грантом РФФИ №22-22-00718.

ИНФОРМАЦИЯ О РЕЦЕНЗИРОВАНИИ

Редакция благодарит анонимного рецензента (рецензентов) за их вклад в рецензирование этой работы, а также за размещение статей на сайте журнала и передачу их в электронном виде в НЭБ eLIBRARY.RU.

Декларация о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликтов интересов или личных отношений, которые могли бы повлиять на работу, представленную в данной статье.

ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Ефимов В.Б. УФН, 2018. Т. 188. № 10. С. 1025–1048.
2. Blaauwgeers R. et al. J. of Low Temp. Phys., 2007. Vol. 146, no. 5–6. P. 537.
3. Efimov V.B. et al. J. of Low Temp. Phys., 2010. Vol. 158, no. 3–4. P. 456–461.
4. Riesch C. et al. Proceedings of the GMe Workshop, 2006. Vol. 127.
5. Donnelly R.J. Quantized Vortices in Helium II. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
6. Bradley D.I. et al. J. of Low Temp. Phys. Vol. 138. P. 493.
7. Nago Y. et al. J. of Low Temp. Phys. 2011. Vol. 162. P. 322.

where α is mutual friction coefficient between the normal and superfluid components of superfluid helium. The flight distance of the ring before its disappearance is defined as [6]:

$$l_B = \int_0^{\tau} v(R(t)) dt = \int_0^{\xi} v(R) \frac{dR}{dR} dR = \frac{1}{\alpha} (R_0 - \xi).$$

Taking into account the smallness of the vortex crust radius in comparison with the vortex radius, we finally obtain. Therefore, at sufficiently strong dissipative processes in superfluid helium, detection of vortices at a distance D is possible only for vortices with sizes larger than R_0 determined by the relation $2R_0 > 2\alpha D$. It can be assumed that the vortex ring radius is the order of the oscillation amplitude of the tuning forks or $\approx 10\text{--}20 \mu\text{m}$ for a tuning fork with $f = 4 \text{ kHz}$ tuning fork and of the order of a few μm for $f = 32 \text{ kHz}$. From the estimates of [7], at $T = 1.2 \text{ K}$, vortices with a diameter of $18 \mu\text{m}$ travel a distance of 0.5 mm for a time of the order of $\tau \approx 40 \text{ ms}$. At $T = 1.6 \text{ K}$, the same vortex will travel a distance of $\approx 0.3 \text{ mm}$ for the same time. Taking into account the rate of filling of the volume near the oscillator for $\tau/2 \approx 20 \text{ ms}$, the total length of vortices will be 10^6 cm . This allows us to estimate the average number of vortices in the space near such an oscillator with an area of oscillating planes $\sim 1 \text{ cm}^2$ in $n \sim 10^7 \text{ cm}^{-2}$, at a distance of $\approx 1 \text{ mm}$ from the oscillator, which should create a sufficient dissipative contribution to acoustic turbulence. For a small quartz tuning fork $f = 32 \text{ kHz}$ with an area of $\sim 1 \text{ мм}^2$ for an oscillation amplitude of a few μm , the vortex ring rate will be an order of magnitude larger and its lifetime of the order of 1 ms. The total length of vortices at such a time will be $3 \cdot 10^3 \text{ cm}$ and average density of vortices near the oscillator at a depth of 0.1 mm (distance where the vortex rings with a radius of $1 \mu\text{m}$ disappear) will be the same $n \sim 10^7 \text{ см}^{-2}$.

CONCLUSIONS

In this work, we experimentally determined the energy transfer rate from quartz tuning forks of different sizes and different resonance frequencies into a vortex system, estimated possible vortex density for such processes, and showed applicability of such oscillators to create sufficient dissipative processes for further study of energy transfer processes in acoustic turbulence. The work was supported by RSF grant No. 22-22-00718.

PEER REVIEW INFO

Editorial board thanks the anonymous reviewer(s) for their contribution to the peer review of this work. It is also grateful for their consent to publish papers on the journal's website and SEL eLibrary eLIBRARY.RU.

Declaration of Competing Interest. The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

NEW

ЭКСПОЗИЦИЯ
РОБОТОТЕХНИКИ
ROBOTOTECHNICS EXPOSITION



EXPO ELECTRONICA

26-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ
ВЫСТАВКА ЭЛЕКТРОНИКИ

26TH INTERNATIONAL EXHIBITION OF ELECTRONICS

16–18.04.2024

МОСКВА, КРОКУС ЭКСПО
CROCUS EXPO, MOSCOW, RUSSIA

НОВЫЙ
РАЗДЕЛ
NEW SECTION



**ЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ,
МОДУЛИ И КОМПЛЕКТУЮЩИЕ**

ELECTRONIC COMPONENTS, MODULES
AND SUBSYSTEMS



**ТЕХНОЛОГИИ, ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОНИКИ**

TECHNOLOGIES, EQUIPMENT AND MATERIALS
FOR ELECTRONIC MANUFACTURING



**ВСТРАИВАЕМЫЕ СИСТЕМЫ
И КОНЕЧНЫЕ РЕШЕНИЯ**

TURNKEY SOLUTIONS AND EMBEDDED SYSTEMS

ЗАБРОНИРУЙТЕ СТЕНД

BOOK YOUR STAND

EXPOELECTRONICA.RU



ОРГАНИЗАТОР
ORGANISER

ДО ВСТРЕЧИ НА EXPOELECTRONICA 2024!

SEE YOU AT EXPOELECTRONICA 2024!